

۱) نمودار تابع $y = f(2x - 1)$ را یک واحد به چپ منتقل کرده، سپس آن را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و طول نقاط روی نمودار را دو برابر می‌کنیم. ضابطه تابعی که نمودار آن به دست آمده کدام است؟

$$y = f(3 - 4x) \quad \text{④}$$

$$y = f(-x) \quad \text{③}$$

$$y = f(2 - x) \quad \text{②}$$

$$y = f(1 - x) \quad \text{①}$$

۲) دامنه تابع $g(x) = f(2x - 1)$ بازه $[-1, 3]$ است. دامنه تابع $h(x) = f(3x + 2)$ کدام است؟

$$\left[-\frac{5}{3}, 1\right] \quad \text{④}$$

$$\left[-\frac{5}{3}, 2\right] \quad \text{③}$$

$$[0, 8] \quad \text{②}$$

$$[0, 2] \quad \text{①}$$

۳) قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y تعین کرده، سپس ۲ واحد به طرف x های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار حاصل، نیمساز ناحیه اول و سوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

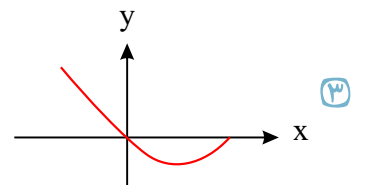
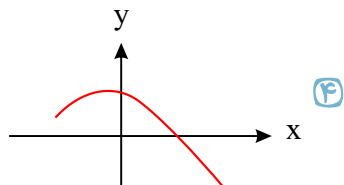
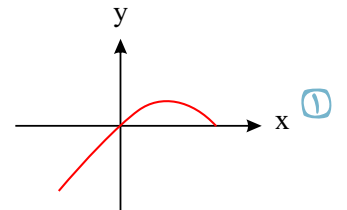
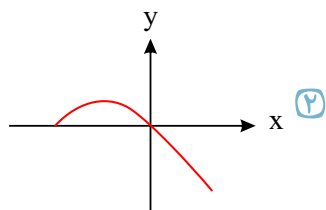
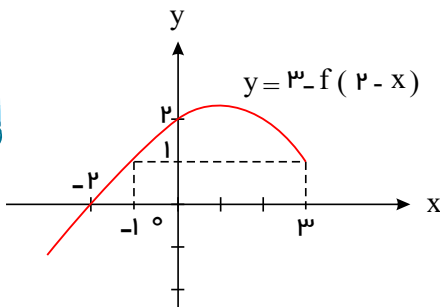
$$1,5 \quad \text{④}$$

$$1 \quad \text{③}$$

$$0,5 \quad \text{②}$$

$$-2 \quad \text{①}$$

۴) با توجه به نمودار $y = 3 - f(2 - x)$ نمودار تابع $y = 2 - f(x + 3)$ کدام است؟



۵) تابع با ضابطه $f(x) = |x + 1| - |x - 2|$ روی کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

$$(2, +\infty) \quad \text{④}$$

$$(-1, 2) \quad \text{③}$$

$$(-1, +\infty) \quad \text{②}$$

$$(-\infty, 2) \quad \text{①}$$

۶) اگر $f(x) = \sqrt{x - 3}$ و $g(x) = 2^{-x}$ باشد، کدام یک از توابع زیر نزولی است؟

$$\frac{f}{g} \quad \text{④}$$

$$g - f \quad \text{③}$$

$$fg \quad \text{②}$$

$$f + g \quad \text{①}$$

۷) باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $x - 1$ و $2x + 1$ به ترتیب ۵ و ۸ است. باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $2x^2 - x - 1$ کدام است؟

$$2x - 3 \quad \text{④}$$

$$2x + 6 \quad \text{③}$$

$$x + 3 \quad \text{②}$$

$$-x + 4 \quad \text{①}$$

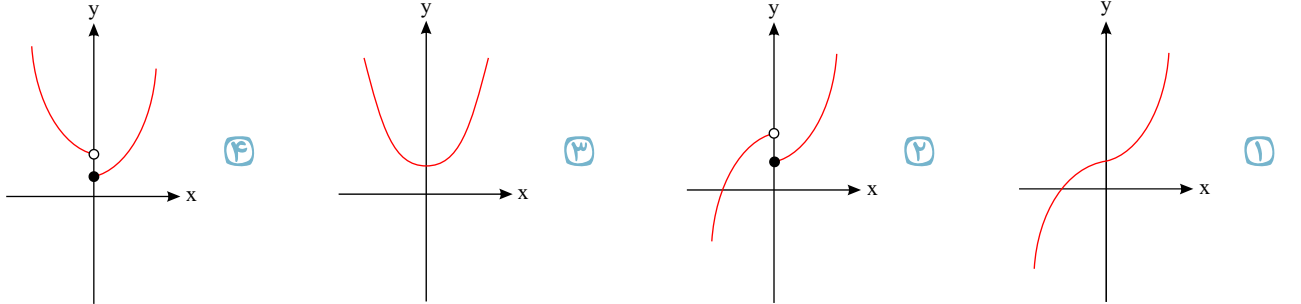
۸ اگر تابع f اکیداً صعودی و g اکیداً نزولی باشند و تابع $f \circ g$ تعریف شده باشد، تابع $f \circ g$ چگونه است؟

- ۱ اکیداً نزولی است. ۲ اکیداً صعودی است. ۳ نزولی است اما اکیداً نزولی نیست. ۴ صعودی است اما اکیداً صعودی است.

۹ تابع f در بازه اعداد حقیقی اکیداً نزولی است. اگر $f(x-3) \leq f(3x+7)$ ، آنگاه بزرگترین محدوده x کدام است؟

- ۱ $x < -5$ ۲ $x > -5$ ۳ $x \leq -5$ ۴ $x \geq -5$

۱۰ نمودار تابع $y = x^2|x| + 1$ به کدام صورت است؟



پاسخنامه تشریحی

۱ اگر نمودار تابع $y = f(2x - 1)$ را یک واحد به چپ منتقل کنیم، نمودار تابع $y = f(2(x + 1) - 1) = f(2x + 1)$ به دست می‌آید. اگر این نمودار را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = f(-2x + 1)$ به دست می‌آید و اگر طول نقاط این نمودار را دو برابر کنیم یعنی به جای x جمله $\frac{1}{2}x$ قرار می‌دهیم. نمودار تابع $y = f(-x + 1)$ به دست می‌آید.

۲ ابتدا دامنه تابع $y = f(x)$ را می‌یابیم:

$$-1 \leq x \leq 3 \rightarrow -2 \leq 2x \leq 6 \rightarrow -3 \leq 2x - 1 \leq 5$$

حال به کمک دامنه تابع $y = f(x)$ به دامنه $y = f(3x + 2)$ می‌رسیم.

$$-3 \leq 3x + 2 \leq 5 \rightarrow -5 \leq 3x \leq 3 \rightarrow -\frac{5}{3} \leq x \leq 1$$

۳

$$f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y \text{ ها}} g(x) = \sqrt{-x} \xrightarrow[\text{مثبت}]{\text{دو واحد به طرف } x \text{ های}} h(x) = \sqrt{-(x-2)} = \sqrt{-x+2}$$

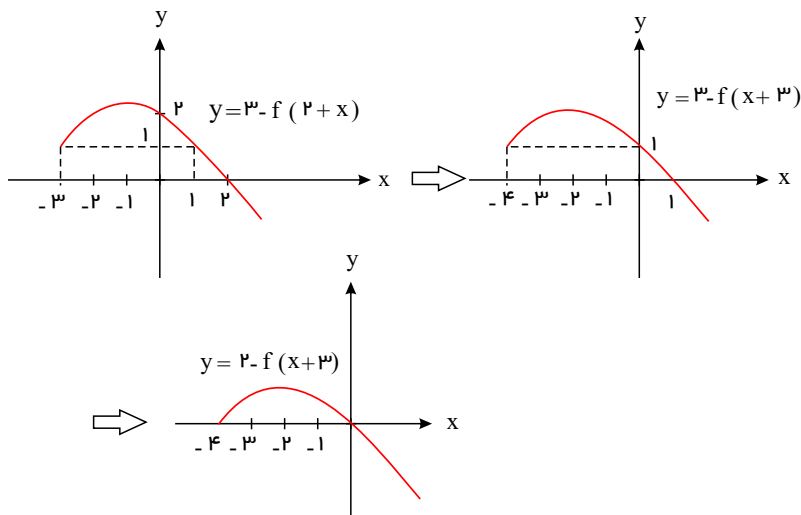
$$\begin{cases} h(x) = \sqrt{-x+2} \\ y = x \text{ نیمساز ناحیه اول و سوم} \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} \sqrt{-x+2} = x \xrightarrow{\text{توان ۲}} -x+2 = x^2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{غرض (در معادله صدق نمی‌کند)} \\ \text{حق} \end{array}$$

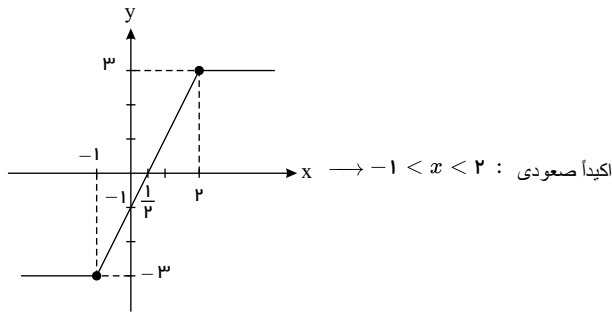
۴

$$y = 3 - f(2-x) \xrightarrow{x \rightarrow -x} y = 3 - f(2+x) \xrightarrow[\text{یک واحد انتقال به پایین}]{\text{قرینه نسبت به } y \text{ ها}} y = 3 - f(2+x) \xrightarrow[\text{۱ واحد انتقال به چپ}]{x \rightarrow x+1} y = 3 - f(2+x+1)$$

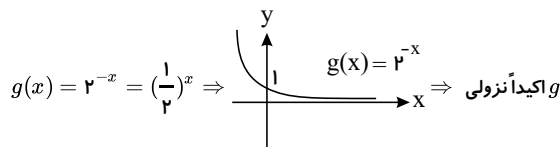
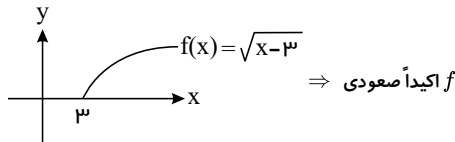
$$\Rightarrow y = 3 - f(x+3) \xrightarrow{\text{یک واحد انتقال به پایین}} y = 2 - f(x+3)$$



۵ تابع داده شده یک تابع سرسره‌ای (آبشاری) است که در $x = 2$ و $x = -1$ (ریشه‌های داخل قدرمطلق) دارای شکست است.



۱ ۲ ۳ ۴ ۶



چون f اکیدا صعودی است، پس $f - f$ اکیدا نزولی است و می دانیم مجموع دو تابع اکیدا نزولی تابعی اکیدا نزولی است. پس تابع $g + (-f) = g - f$ اکیدا نزولی است.

باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x - 1$ برابر ۸ است، پس $P(1) = ۸$ و باقی مانده تقسیم بر $۲x + ۱$ برابر ۵ است پس $P(-\frac{1}{2}) = ۵$. باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $۲x^2 - x - ۱$ یک چندجمله ای درجه اول به صورت $mx + n$ است.

$$P(x) = (2x^2 - x - 1)Q(x) + mx + n \Rightarrow \begin{cases} P(1) = m + n = 8 \\ P(-\frac{1}{2}) = -\frac{m}{2} + n = 5 \end{cases} \Rightarrow m = 2, n = 6$$

بنابراین باقی مانده این تقسیم $۲x + ۶$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$x_1 < x_2 \xrightarrow{g \text{ اکیدا نزولی}} g(x_1) > g(x_2)$$

با فرض $t_1 = g(x_1)$ و $t_2 = g(x_2)$ داریم:

$$t_1 > t_2 \xrightarrow{f \text{ اکیدا صعودی}} f(t_1) > f(t_2) \Rightarrow f(g(x_1)) > f(g(x_2))$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x_1) > (f \circ g)(x_2) \Rightarrow f \circ g \text{ اکیدا نزولی}$$

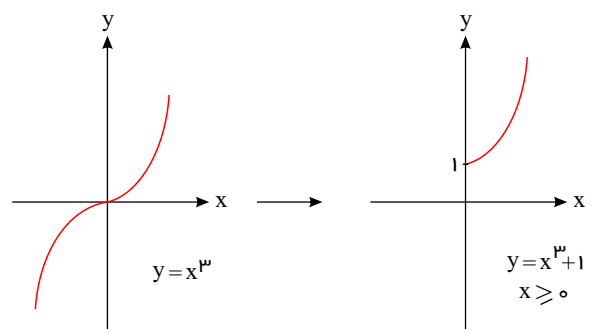
اگر تابع f اکیدا نزولی و $f(a) \leq f(b)$ ، آنگاه $a \geq b$ است. پس داریم:

$$f(x-3) \leq f(3x+7) \Rightarrow x-3 \geq 3x+7 \Rightarrow -7-3 \geq 3x-x \Rightarrow 2x \leq -10 \Rightarrow x \leq -5$$

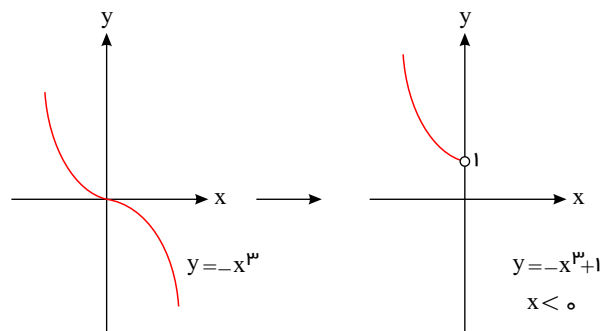
ابتدا به صورت مشروط، قدر مطلق را از بین می بریم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$x \geq 0 \rightarrow y = x^2(x) + 1 \rightarrow y = x^3 + 1$$



$$x < 0 \rightarrow y = x^3(-x) + 1 \rightarrow y = -x^3 + 1$$



از ترکیب دو شکل به شکل گزینه سوم می‌رسیم.

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴

۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴

۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴

۱۰	۱	۲	۳	۴
----	---	---	---	---